

Développement de méthodologies de synthèses de lois de commande pour le pilotage des lanceurs

Olivier VOINOT*

Directeurs de thèse : Daniel ALAZARD et Pierre APKARIAN

1 INTRODUCTION

La méthode que nous proposons pour résoudre le problème de pilotage d'un lanceur est basée sur la *Forme Standard de Passage* ou *CSF pour Cross Standard Form* [1]. La CSF est présentée en tant qu'outil méthodologique pour mixer différents critères lors d'une synthèse multi-objectif. L'utilisation de la CSF est particulièrement bien adaptée au problème du lanceur puisque les objectifs du cahier des charges sont d'ordre très divers : temporels, fréquentiels, et de robustesse. Grâce à la CSF, il est possible de prendre en compte lors d'une première synthèse la spécification temporelle puis de reformuler le problème pour ensuite s'intéresser aux autres spécifications.

De plus, on montrera que la forme standard produite au cours de notre méthodologie conduit à l'obtention d'un problème de type Disturbance Feedforward [2] qui présente l'avantage de produire un correcteur LQG pur. Avantage que nous exploiterons pour l'interpolation afin d'obtenir le correcteur non-stationnaire.

Dans un premier temps, nous présenterons la CSF dans sa version discrète. Puis, nous rappellerons brièvement le problème de commande du lanceur. Dans une troisième partie, nous nous attarderons sur la commande stationnaire et nous finirons avec la commande du lanceur sur la totalité de la phase de vol atmosphérique.

2 LA FORME STANDARD DE PASSAGE

On considère un système discret G ayant pour représentation d'état :

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ y[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ u[k] \end{bmatrix} \quad (1)$$

Un correcteur discret $K(z^{-1})$ sur le système G mis sous sa forme LQG prédicteur équivalente avec paramètre de Youla :

$$\begin{cases} \hat{x}[k+1/k] = A\hat{x}[k/k-1] + Bu[k] + K_f(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]) \\ x_Q[k+1] = A_Q x_Q + B_Q(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]) \\ u[k] = -K_c \hat{x}[k/k-1] + C_Q x_Q[k] + D_Q(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]). \end{cases} \quad (2)$$

Proposition 2.1 La CSF, $P_p(z^{-1})$, associée au compensateur défini par (2), telle que :

$$F_l(P_p(z^{-1}), K(z^{-1})) = 0 \quad (3)$$

*olivier.voinot@cert.fr

s'écrit :

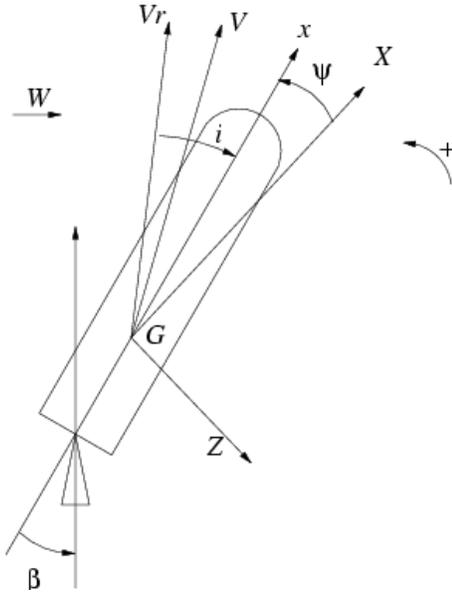
$$P_p(z^{-1}) := \left[\begin{array}{cc|cc} A & 0 & AK_f & B \\ 0 & A_Q & B_Q & 0 \\ \hline K_c & -C_Q & -D_Q + K_c K_f & I_m \\ \hline C & 0 & I_p & D \end{array} \right]. \quad (4)$$

La forme standard de passage donne ainsi la possibilité de formuler le problème standard pour lequel nous sommes capables, par une synthèse H_2 ou H_∞ , de retrouver le correcteur initial.

3 LE PROBLEME DE PILOTAGE DU LANCEUR

3.1 DESCRIPTION

Cette application concerne la boucle de pilotage d'un lanceur.



Notons :

- G le centre de gravité de l'engin,
- i l'incidence du lanceur,
- ψ the deviation angle around axis w.r.t. the guidance attitude reference,
- V et V_r respectivement la vitesse et la vitesse relative,
- W la vitesse du vent,
- β l'angle de braquage des tuyères.

De la Figure 1 et sous l'hypothèse des petits angles, on peut déduire l'équation de l'incidence :

$$i = \psi + \frac{\dot{z} - W}{V} \quad (5)$$

où \dot{z} représente la vitesse de dérive.

FIG. 1 – représentation simplifié du lanceur

La partie rigide est modélisée par un système du troisième ordre avec pour vecteur d'état : $X_r = [\psi \ \dot{\psi} \ \dot{z}]^T$. Ce modèle rigide est très fortement dépendant de 2 paramètres dynamiques incertains A_6 (efficacité aérodynamique) et K_1 (efficacité de poussée).

Le modèle de validation considéré (modèle d'ordre complet) est caractérisé par la dynamique rigide (ordre 3), la dynamique actionneurs (ordre 2) et capteurs (ordre 2) et les 5 premiers modes flexibles (ordre 10). Le lanceur est un système aérodynamiquement instable. Les caractéristiques des modes flexibles sont incertains (4 paramètres incertains par modes : pulsation et facteurs de participation modale).

3.2 OBJECTIFS

Les mesures disponibles sont l'attitude et la vitesse ($\psi_m, \dot{\psi}_m$). Le signal de contrôle est l'angle de braquage des tuyères β . Les objectifs du pilotage du lanceur sont d'assurer, lors de la phase atmosphérique du vol :

- la stabilité de la boucle fermée avec des marges de stabilité suffisantes,
- performance vis à vis des perturbations dues au vent,
- robustesse vis à vis des paramètres incertains,
- une marge de retard d'une période d'échantillonnage.

Tous les objectifs doivent être réalisés pour toutes les configurations dans l'espace des paramètres incertains (22 paramètres incertains), particulièrement pour des cas critiques identifiés. Le cahier des charges est détaillé plus en détail dans [3].

4 CONCEPTION DE LA LOI DE PILOTAGE STATIONNAIRE DISCRETE

La description complète du réglage se trouve dans [4] et [5]. Le réglage se fait au point de pression aérodynamique le plus important.

L'approche que nous proposons pour satisfaire les objectifs se décompose en deux étapes : la première permet de satisfaire les spécifications du domaine temporel (contrainte sur l'incidence) et avec la seconde étape les spécifications du domaine fréquentiel (roll-off, marges de stabilité) sont assurées par une synthèse H_∞ utilisant la forme standard de passage.

Les calculs se font sur le modèle discret mais à partir du réglage effectué sur le modèle continu.

4.1 PREMIERE SYNTHESE : synthèse LQG/LTR non conventionnelle

Cette première synthèse se décompose en trois phases et chaque phase permet un réglage séquentiel des paramètres du correcteur.

1. Réglage de la performance avec un LQ sur le système rigide à trois états,
2. Calcul d'un retour sur le vent (non mesuré) et détermination d'un "modèle" de vent,
3. Calcul du filtre de Kalman sous réglages LTR sur le modèle rigide à quatre états augmenté par le vent

4.2 SECONDE SYNTHESE : synthèse H_∞ utilisant la CSF pour les spécifications fréquentielles

Pour satisfaire les spécifications fréquentielles non réalisées par la première synthèse, nous allons utiliser une synthèse H_∞ sur le problème standard décrit sur la figure 2.

Ce problème standard peut être décrit de la manière suivante :

- entre les entrées u et w et les sorties y et z_1 , on reconnaît la CSF présentée précédemment qui va attirer la solution vers le correcteur précédent résolvant le problème de performance pure.
- le filtre placé entre la commande w et la sortie z_2 permet de spécifier l'effet de roll-off.

FIG. 2 – Nouvelle formulation du problème de synthèse.

La synthèse H_∞ donne un correcteur d'ordre 6 dont les performances sont présentées sur les Figures 3 et 4. Sur la Figure 3 nous pouvons voir que les spécifications temporelles sont toujours atteintes et sur le diagramme de Black (Figure 4) on peut remarquer que les marges de stabilité sont obtenues quelque soit la configuration paramétriques et que l'effet de roll-off est satisfaisant.

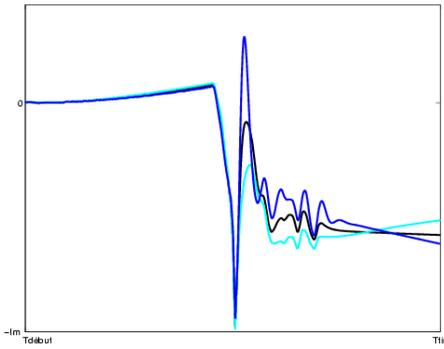


FIG. 3 – incidence

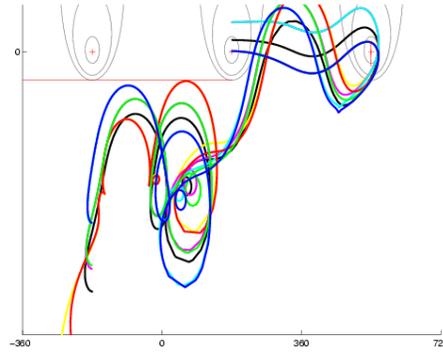


FIG. 4 – Diagramme de Black des cas critiques

5 CONCEPTION DE LA LOI DE PILOTAGE INSTATIONNAIRE

5.1 L'apport de la forme LQG équivalente pour l'interpolation

Dans un premier temps, pour la résolution du problème H_∞ stationnaire nous utilisons la macro-fonction MATLAB `dhinf ric` qui donnait le meilleur γ . Cette fonction résout le problème à l'aide des équations de Riccati, mais pour ce faire utilise divers changements de bases. L'utilisation de cette fonction ne permet pas de maîtriser la représentation du correcteur ce qui induit d'importantes difficultés lors de l'interpolation des matrices d'état du contrôleur. Ainsi nous pouvons constater sur la Figure 5 qui décrit la variation de la valeur singulière du correcteur interpolé des pics inadmissibles. De plus nous avons remarqué que pour certains instants la boucle fermée LTI est instable et lors des simulations cette instabilité se confirme.

Le choix c'est donc tourné vers une forme LQG équivalente [6] qui se prête bien à l'interpolation [7]. Le correcteur instationnaire présenté ici est le résultat de l'interpolation linéaire des compensateurs sous forme LQG équivalente issu de la synthèse stationnaire en un nombre fini de points de la phase de vol. Le choix des dynamiques d'estimation et de commande se fait en utilisant la synthèse H_2 sous-jacente [8] (c'est-à-dire sur la même forme standard). Ce choix pourra être justifié par la suite (section 5.2) sur notre problème en effectuant le lien avec le problème Disturbance Feedforward.

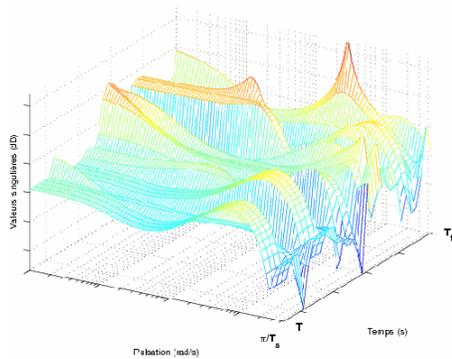


FIG. 5 – Interpolation des pilotes sous forme `dhinf ric` : diagramme temps-fréquence.

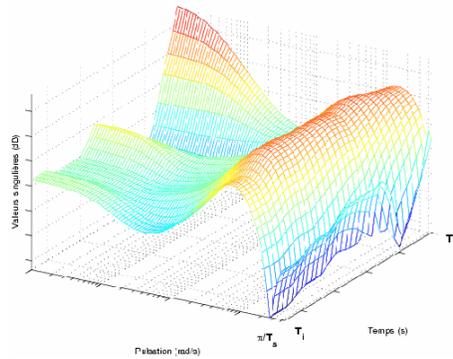


FIG. 6 – Interpolation des pilotes sous forme LQG : diagramme temps-fréquence.

La figure 6 présente la variation de la valeur singulière du correcteur interpolé en fonction du temps. Nous pouvons constater que cette fois-ci la variation se fait de manière beaucoup plus lisse. La Figure 7 représente l'évolution des critères fréquentiels qui doivent être vérifiés. Pour qu'un critère du cahier des charges soit atteint il faut que l'écart en pourcentage à la valeur requise soit positif. On constate que dans l'ensemble les critères semblent bien respectés. La figure 8 présente les résultats de la simulation temporelle avec un profil de vent critique.

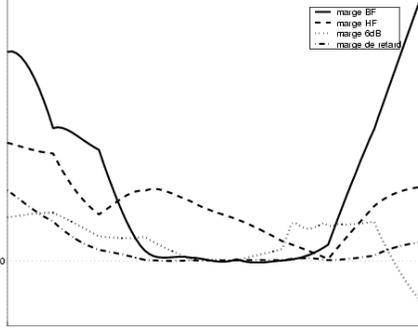


FIG. 7 – Interpolation des pilotes sous forme LQG : critères fréquentiels.

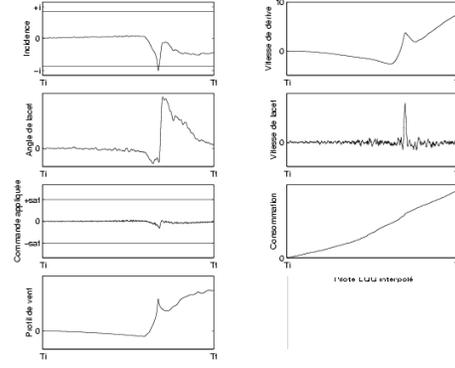


FIG. 8 – Interpolation des pilotes sous forme LQG : résultats temporels.

5.2 Lien avec le problème Disturbance Feedforward

Le problème *Disturbance Feedforward* DF [2] est défini de la manière suivante :

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & I & D_{22} \end{array} \right] \quad (6)$$

avec les hypothèses classiques : (A, B_1) est stabilisable et (C_1, A) est détectable, (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable et $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$. De plus pour assurer la stabilité interne, nous devons ajouter l'hypothèse $A - B_1 C_2$ est stable.

En reprenant les notations classique du problème H_∞ régulier, la matrice Hamiltonienne J_∞ devient :

$$J_\infty = \left[\begin{array}{cc|cc} (A - B_1 C_2)^T & \gamma^2 C_1^T C_1 - C_2^T C_2 & & \\ 0 & -(A - B_1 C_2) & & \end{array} \right] \quad (7)$$

Donc la solution de l'équation de Riccati : $Y_\infty = 0$ et le correcteur central (avec le choix $D_c = 0$ dans la résolution du problème de Parrot) est de la forme suivante :

$$K_\infty(s) : \left[\begin{array}{c|c} A_c & B_c \\ \hline C_c & D_c \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A - B_2 K - G C_2 & G \\ \hline -K & 0 \end{array} \right] \quad (8)$$

avec : $K = D_{12}^+ (D_{12}^{+T} B_2^T X_\infty + C_1)$, $G = B_1$ et la notation : $M^+ = (M^T M)^{-1} M^T$.

Nous pouvons montrer facilement que notre méthodologie stationnaire permet d'aboutir à un problème de la forme DF. Ainsi quelque soit γ , le correcteur central issu de la synthèse H_∞ sur notre problème (Figure 2) est un **compensateur LQG pur** sur le modèle (A, B, C, D) . Le gain de retour d'état est la seule chose qui dépende de γ . Le correcteur est défini par les deux gains suivants :

$$K_c = D_{12}^+ [D_{12}^{+T} B X_\infty + C] \quad \text{and} \quad K_f \quad (9)$$

Cette propriété nous conforte dans le choix de l'utilisation de la forme H_2 sous-jacente pour effectuer le choix des dynamiques d'estimation et de commande pour le correcteur équivalent au correcteur H_∞ .

6 CONCLUSION et PERSPECTIVES

La méthodologie stationnaire utilisée montre l'intérêt de la Forme Standard de Passage en tant qu'outil pour mixer différents types de spécifications. En effet, la synthèse multi-objectif permet de

prendre en compte une mise en forme bien spécifique et un savoir-faire qui n'auraient pu être utilisés de manière directe avec une mise en forme H_∞ classique.

Du point de vue non-stationnaire le problème présenté montre une nouvelle fois l'intérêt de l'utilisation d'une même base pour la représentation des correcteurs à interpoler. De plus sur ce problème spécifique il est apparu que la mise sous forme LQG équivalente utilisant le correcteur H_2 sous-jacent apporte des résultats intéressants.

Une technique LPV par interpolation de fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres continues par morceaux est actuellement à l'étude. L'intérêt de l'utilisation d'une telle méthode LPV réside dans le fait que d'une part elle prend en compte le caractère instationnaire du système et d'autre part elle permet de garantir la stabilité et un critère de performance \mathcal{L}_2 . Une technique d'interpolation sur la structure estimation/commande est également envisagée. De plus, un algorithme de synthèse permettant de garantir la stabilité et les performances est à l'étude pour résoudre le problème de pilotage du lanceur. Cette algorithmique s'inspire de la philosophie de la μ -itération présentée dans [9].

Références

- [1] O. Vainot, D. Alazard, A. Piquereau, and A. Biard. A robust multi-objective synthesis applied to launcher attitude control. In *15th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Bologna, 2-7 September 2001.
- [2] J. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis. State-space solutions to standard \mathcal{H}_2 and \mathcal{H}_∞ control problems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 34:831–847, 1989.
- [3] B. Clément and O. Vainot. *Définition d'un benchmark pour le pilotage robuste des lanceurs*. Rapport Technique, Pôle PIROLA, mai 2001.
- [4] P. Apkarian, N. Imbert, O. Vainot, and D. Alazard. *PIROLA : rapport final phase 1*. Rapport Technique RT 4/01883.01F DCSD, Pôle PIROLA, Février 2001.
- [5] P. Apkarian, N. Imbert, O. Vainot, and D. Alazard. *PIROLA (phase 2): pilotage instationnaire*. Rapport Technique RT 2/05653.01F DCSD, Septembre 2001.
- [6] D. Alazard and P. Apkarian. Exact observer-based structures for arbitrary compensators. *International Journal of Robust and Non-Linear Control*, 9:101–118, 1999.
- [7] P. C. Pellanda. *Commande des systèmes instationnaires - Séquencement de compensateurs et commande LPV*. Thèse de Doctorat de Supaéro, 2001.
- [8] O. Vainot. *Développement de méthodologies de synthèses de lois de commande pour le pilotage des lanceurs : techniques de synthèse stationnaire*. Etat d'avancement des travaux EAT 1/01883.02F DCSD, Décembre 2000.
- [9] C. Döll. *La robustesse de lois de commande pour des structures flexibles en aéronautique et espace*. Thèse de Doctorat de Supaéro, 2001.